

Смысл арифметических действий с натуральными числами

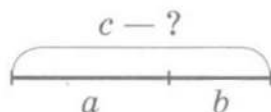
- 1 **Натуральные числа** служат для счета предметов и для измерения величин.

Натуральный ряд чисел: 1, 2, 3, 4...

- 2 **Сложить** числа a и b – это значит найти общее число c предметов (мерок) при объединении двух частей, содержащих a и b предметов (мерок), в одно целое.

$$a + b = c$$

слагаемое
(часть)
слагаемое
(часть)
сумма
(целое)

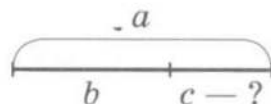


- 3 При увеличении слагаемых сумма увеличивается, и наоборот.

- 4 **Вычесть** из числа a число b – значит найти такое число c , которое при сложении с b дает a .

$$a - b = c \Leftrightarrow c + b = a$$

уменьшаемое
(целое)
вычитаемое
(часть)
разность
(часть)



- 5 При увеличении уменьшаемого разность увеличивается, а при увеличении вычитаемого – уменьшается, и наоборот.

- 6** Умножить число a на число b – значит найти сумму b слагаемых, каждое из которых равно a .

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ раз}}$$

b раз

$$a \cdot b = c$$

множитель (сторона) множитель (сторона) произведение (площадь)

a

$c - ?$

b

- 7** При увеличении множителей произведение увеличивается, и наоборот.

- 8** Разделить число a на число b – значит найти такое число c , которое при умножении на b дает a .

$$a : b = c \Leftrightarrow c \cdot b = a$$

делимое (площадь) частное (сторона)
 делитель (сторона)

$c - ?$

a

b

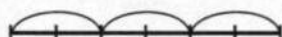
- 9** При увеличении делимого частное увеличивается, а при увеличении делителя – уменьшается, и наоборот.

10 Виды деления



$$6 \text{ см} : 2 = 3 \text{ см}$$

«на»



$$6 \text{ см} : 2 \text{ см} = 3 \text{ (раза)} \quad \text{«по»}$$

Свойства арифметических действий

11

Основные свойства сложения и умножения

1. *Переместительное свойство сложения*

$$a + b = b + a$$

Значение суммы не зависит от порядка слагаемых.

2. *Переместительное свойство умножения*

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Значение произведения не зависит от порядка множителей.

3. *Сочетательное свойство сложения*

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Значение суммы не зависит от порядка действий.

4. *Сочетательное свойство умножения*

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Значение произведения не зависит от порядка действий.

5. *Распределительное свойство умножения*

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

12

Свойства вычитания

1. Вычитание суммы из числа

$$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$$

Чтобы вычесть сумму из числа, можно сначала вычесть из этого числа одно слагаемое, а потом **вычесть** второе.

2. Вычитание числа из суммы

$$(a + b) - c = (a - c) + b = (b - c) + a$$

Чтобы вычесть число из суммы, можно вычесть его из одного слагаемого, а потом **прибавить** второе слагаемое.

13

Деление суммы на число

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

Чтобы разделить сумму на число, можно разделить на это число каждое слагаемое и полученные частные сложить.

14

Частные случаи действий с числами

1. Частные случаи сложения и вычитания

$$a + 0 = 0 + a = a \quad a - 0 = a \quad a - a = 0$$

2. Частные случаи умножения и деления

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a \quad a : 1 = a \quad 0 : a = 0$$

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0 \quad a : a = 1 \quad \cancel{a : 0}$$

Делить на нуль нельзя!

15

Связь между сложением и вычитанием

$$\left. \begin{array}{l} \underline{a} + \underline{b} = \boxed{c} \\ \underline{b} + \underline{a} = \boxed{c} \end{array} \right\} \text{ При перестановке слагаемых } \\ \text{сумма не изменяется.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{c} - \underline{a} = \underline{b} \\ \boxed{c} - \underline{b} = \underline{a} \end{array} \right\} \text{ Если из суммы вычесть одно } \\ \text{слагаемое, то получится дру-} \\ \text{гое слагаемое}$$

16

Связь между умножением и делением

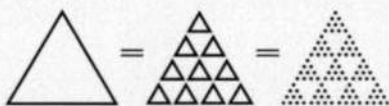
$$\left. \begin{array}{l} \underline{a} \cdot \underline{b} = \boxed{c} \\ \underline{b} \cdot \underline{a} = \boxed{c} \end{array} \right\} \text{ При перестановке множителей } \\ \text{произведение не изменяется}$$

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{c} : \underline{a} = \underline{b} \\ \boxed{c} : \underline{b} = \underline{a} \end{array} \right\} \text{ Если произведение разделить } \\ \text{на один из множителей, то} \\ \text{получится другой множитель}$$

Нумерация трехзначных чисел

17

Сотня. Метр



$$\begin{array}{l} 1 \text{ с} = 10 \text{ д} = 100 \text{ е} \\ 1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см} \end{array}$$

Запись трехзначного числа

с	д	е

Модель числа. Сумма разрядных слагаемых



$$352 = 300 + 50 + 2$$

18

Выражение чисел (величин) в разных единицах счета (измерения)



$$3 \text{ с } 5 \text{ д } 2 \text{ е} = 3 \text{ с } 52 \text{ е} = 35 \text{ д } 2 \text{ е} = 352$$

$$3 \text{ м } 5 \text{ дм } 2 \text{ см} = 3 \text{ м } 52 \text{ см} = 35 \text{ дм } 2 \text{ см} = 352 \text{ см}$$



$$3 \text{ с } 5 \text{ е} = 3 \text{ с } 0 \text{ д } 5 \text{ е} = 30 \text{ д } 5 \text{ е} = 305$$

$$3 \text{ м } 5 \text{ см} = 3 \text{ м } 0 \text{ дм } 5 \text{ см} = 30 \text{ дм } 5 \text{ см} = 305 \text{ см}$$



$$3 \text{ с } 5 \text{ д} = 3 \text{ с } 5 \text{ д } 0 \text{ е} = 3 \text{ с } 50 \text{ е} = 35 \text{ д} = 350$$

$$3 \text{ м } 5 \text{ дм} = 3 \text{ м } 5 \text{ дм } 0 \text{ см} = 3 \text{ м } 50 \text{ см} = 35 \text{ дм} = 350 \text{ см}$$

19

Сравнение трехзначных чисел

1. Любое трехзначное число больше любого однозначного и любого двузначного числа, и наоборот.

$$\square\square\square > \square$$

$$\square < \square\square\square$$

$$\square\square\square > \square\square$$

$$\square\square < \square\square\square$$

2. Из двух трехзначных чисел больше то, у которого больше единиц в старшем из несовпавших разрядов, и наоборот.

$$\underline{2} \underline{3} 5 > \underline{2} \underline{1} 8, \text{ так как } 3 \text{ д} > 1 \text{ д}$$

$$\underline{4} \underline{7} \underline{1} < \underline{4} \underline{7} \underline{6}, \text{ так как } 1 \text{ е} < 6 \text{ е}$$

20

Таблица сложения

•	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

$$\underline{5} + \underline{2} = \underline{7}$$

$$\underline{2} + \underline{5} = \underline{7}$$

$$\underline{7} - \underline{5} = \underline{2}$$

$$\underline{7} - \underline{2} = \underline{5}$$

21

Таблица умножения

•	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

$$\underline{5} \cdot \underline{2} = \underline{10}$$

$$\underline{2} \cdot \underline{5} = \underline{10}$$

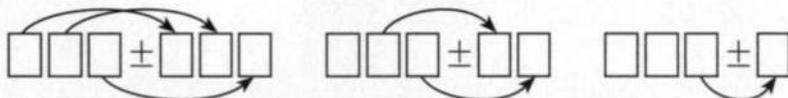
$$\underline{10} : \underline{5} = \underline{2}$$

$$\underline{10} : \underline{2} = \underline{5}$$

Приемы устного сложения и вычитания

22

Общий способ



23

Приемы устного сложения

1. Сложение «по частям»

$$56 + 29 = 56 + 20 + 9 = 76 + 9 = 80 + 5 = 85$$

$\begin{array}{cc} 20 & 9 \\ \swarrow & \searrow \end{array}$
 $\begin{array}{cc} 76 & \\ \swarrow & \searrow \end{array}$
 $\begin{array}{cc} 4 & 5 \\ \swarrow & \searrow \end{array}$

2. Доведение слагаемого до круглого числа

$$56 + 29 = 56 + 29 + 1 - 1 = 86 - 1 = 85$$

$\begin{array}{c} \downarrow \\ +1-1 \end{array}$
 $\begin{array}{cc} 30 & \\ \swarrow & \searrow \end{array}$

3. Увеличение и уменьшение слагаемых на одно и то же число

$$56 + 29 = (56 - 1) + (29 + 1) = 55 + 30 = 85$$

24

Приемы устного вычитания

1. Вычитание «по частям»

$$85 - 29 = 85 - 20 - 9 = 65 - 9 = 60 - 4 = 56$$

$\begin{array}{cc} 20 & 9 \\ \swarrow & \searrow \end{array}$
 $\begin{array}{cc} 65 & \\ \swarrow & \searrow \end{array}$
 $\begin{array}{cc} 5 & 4 \\ \swarrow & \searrow \end{array}$

2. Доведение вычитаемого до круглого числа

$$85 - 29 = 85 - 29 - 1 + 1 = 85 - 30 + 1 = 56$$

$\begin{array}{cc} -30 & \\ \swarrow & \searrow \end{array}$
 $\begin{array}{cc} 55 & \\ \swarrow & \searrow \end{array}$

3. Увеличение уменьшаемого и вычитаемого на одно и то же число

$$85 - 29 = (85 + 1) - (29 + 1) = 86 - 30 = 56$$

Письменное сложение и вычитание

25

Общий способ

	с	д	е
+			

	с	д	е
+			

Комментирование:

Пишу: единицы под единицами, десятки
под десятками, а сотни под сотнями

Складываю (вычитаю) единицы: ...

Складываю (вычитаю) десятки: ...

Складываю (вычитаю) сотни: ...

Ответ: ...

Повторение

26

Сложение с переходом через разряд

	1
+	

	1
+	

	1	1
+		

27

Вычитание с переходом через разряд

	• 10
-	

	• 10
-	

	• 9	10
-		

Умножение и деление круглых чисел

28

Умножение и деление на 10 и на 100

При умножении числа на 10 и на 100 к нему можно приписать соответственно 1 нуль или 2 нуля, а при делении на 10 и на 100 – отбросить 1 нуль или 2 нуля.

$$\square \cdot 10 = \square 0$$

$$\square 0 : 10 = \square$$

$$\square \cdot 100 = \square 00$$

$$\square 00 : 100 = \square$$

29

Умножение круглых чисел

Чтобы найти произведение круглых чисел, можно выполнить умножение, не глядя на нули, а затем приписать столько нулей, сколько в обоих множителях вместе.

$$\square 00 \cdot \square 0 = (\square \cdot \square) 000$$

30

Деление круглых чисел
с помощью укрупнения единиц счета

Чтобы разделить круглые числа, можно выразить их в укрупненных единицах счета.

$$80 : 2 = 8 \text{ д} : 2 = 4 \text{ д} = 40$$

$$80 : 20 = 8 \text{ д} : 2 \text{ д} = 4$$

31

Деление круглых чисел (подбором)

$$a : b = c \quad \Leftrightarrow \quad c \cdot b = a$$

$$80 : 2 = 40, \text{ так как } 40 \cdot 2 = 80$$

$$80 : 20 = 4, \text{ так как } 4 \cdot 20 = 80$$

Внетабличное умножение и деление

32

Умножение двузначного числа
на однозначное

Чтобы умножить двузначное число на однозначное, можно двузначное число записать в виде суммы разрядных слагаемых, а затем применить правило умножения суммы на число.

$$23 \cdot 6 = (20 + 3) \cdot 6 = \underbrace{20 \cdot 6}_{120} + \underbrace{3 \cdot 6}_{18} = 138$$

33

Деление двузначного числа на однозначное

Чтобы разделить двузначное число на однозначное, можно двузначное число записать в виде суммы «удобных» слагаемых, а затем применить правило деления суммы на число.

$$96 : 4 = (80 + 16) : 4 = \underbrace{80 : 4}_{20} + \underbrace{16 : 4}_4 = 24$$

34

Деление двузначного числа на двузначное
(подбором)

Чтобы разделить двузначное число на двузначное, можно подобрать такое число, которое при умножении на делитель дает делимое.

$$a : b = c \quad \Leftrightarrow \quad c \cdot b = a$$

$$36 : 12 = 3, \text{ так как } 12 \cdot 3 = 36$$

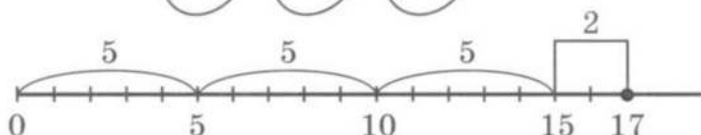
Деление с остатком

35

Смысл деления с остатком

Разделить число a на число b с остатком – значит найти, сколько раз по b содержится в a и сколько останется.

$$17 : 5 = 3 \text{ (ост. 2)} \Leftrightarrow 5 \cdot 3 + 2 = 17$$



36

Компоненты деления с остатком

$$17 = 5 \cdot 3 + 2, \quad 2 < 5$$

делимое делитель частное остаток

Остаток всегда меньше делителя!

37

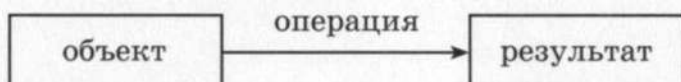
Алгоритм деления с остатком ($17 : 5$)

1. Найти наибольшее число, кратное делителю и не превышающее делимое. (15.)
2. Разделить найденное кратное на делитель, в ответе – **частное**. ($15 : 5 = 3$ – частное.)
3. Вычесть найденное кратное из делимого, в ответе – **остаток**. ($17 - 15 = 2$ – остаток.)
4. Проверить, что остаток меньше делителя. ($2 < 5$.)
5. При необходимости сделать **проверку**.
($5 \cdot 3 + 2 = 17$.)
6. Записать **ответ**. (Ответ: $17 : 5 = 3$ (ост. 2).)

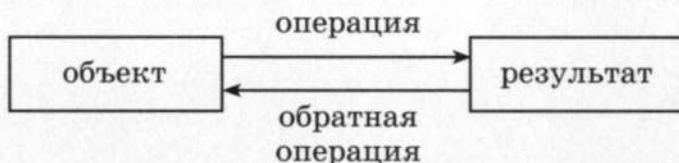
Операции

- 38 Операцией называют некоторое действие, преобразование.

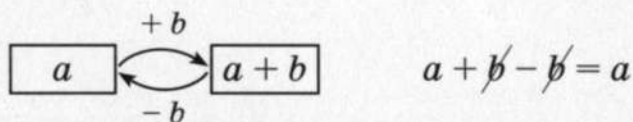
- 39 Объектом операции называют то, что было вначале, а **результатом** – то, что получилось.



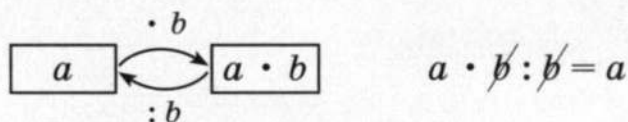
- 40 Операции, в которых объект и результат меняются местами, называют **обратными**.



- 41 Операции прибавления и вычитания обратны друг другу.



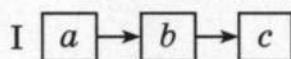
- 42 Операции умножения и деления обратны друг другу.



Программа действий. Алгоритм

- 43** Программа действий – это запись алгоритма на языке, понятном исполнителю.

- 44** Способы записи программ действий

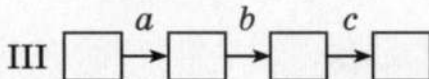


блок-схема

II 1) a

2) b

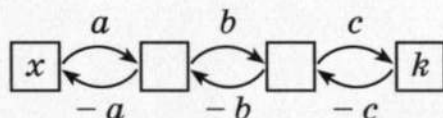
3) c



*программа с записью объекта
и результатов действий*

*программа
по действиям*

- 45** Обратные операции выполняют в обратном порядке.

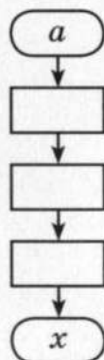


1) $-c$

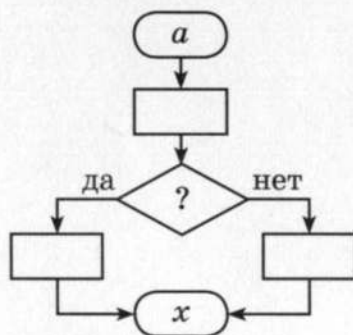
2) $-b$

3) $-a$

- 46** Виды алгоритмов



Линейный



Разветвляющийся



Циклический

Выражения

- 47** **Выражением** называют запись, составленную из цифр, букв, знаков арифметических действий и скобок.

*Числовые
выражения*

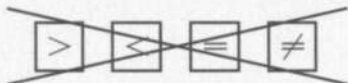
$$72 : 3$$

$$(25 + 6) \cdot 9$$

*Буквенные
выражения*

$$a - (b + 3)$$

$$m : n - 48$$



- 48** **Значение выражения** – это число, которое получается в результате выполнения всех действий, указанных в выражении.

- 49** **Правило порядка действий в выражении**

Действия в выражении выполняют в следующем порядке:

- 1) вначале вычисляют значения выражений в скобках;
- 2) затем выполняют умножение или деление по порядку;
- 3) после этого выполняют сложение или вычитание по порядку.



Уравнения на умножение и деление

50

$$\overset{a}{\underbrace{a}} \cdot \overset{x}{\underbrace{x}} = \boxed{b}$$

$$\boxed{b} \overset{x}{\underbrace{x}}$$

$$x = b : a$$

$$\boxed{a} : \overset{x}{\underbrace{x}} = \underline{b}$$

$$\boxed{a} \overset{x}{\underbrace{x}} b$$

$$x = a : b$$

$$\boxed{x} : \overset{a}{\underbrace{a}} = \underline{b}$$

$$\boxed{x} \overset{a}{\underbrace{a}} b$$

$$x = a \cdot b$$

51

Комментирование решения на основе модели:

1. Читаю уравнение: ...
 2. Мысленно представляю прямоугольник, ... и ... соответствуют сторонам, а ... – площади.
 3. Неизвестна (сторона, площадь).
 4. Правило: чтобы найти (сторону, площадь), надо ...
 5. x равен (произведению, частному) чисел ...
 6. Ответ: x равен ...
-
7. Проверка: ...

52

Алгоритм решения на основе модели:

1. Прочитать уравнение.
2. Мысленно представить прямоугольник.
3. Найти компоненты, соответствующие его сторонам и площади.
4. Применить правило нахождения сторон и площади прямоугольника.
5. Выполнить действия и найти x .
6. При необходимости сделать проверку.

Делители и кратные

53

$$a \cdot b = c$$

$$b \cdot a = c$$

$$c : a = b$$

$$c : b = a$$



a и b – делители c
 c – кратное a и b

Кратное сравнение

54

Чтобы узнать, во сколько раз одно число меньше или больше другого, нужно большее число разделить на меньшее.



$$6 : 2 = 3 \text{ (раза)}$$

55

Чтобы увеличить число в n раз, надо его умножить на n , а чтобы уменьшить в n раз, надо его разделить на n .

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$6 : 3 = 2$$

56

$2 \cdot n$ – четные числа (кратны 2)

2, 4, 6, 8, 10 ...

Четные числа делятся на 2 равные части

57

$2 \cdot n + 1$ – нечетные числа (не кратны 2)

1, 3, 5, 7, 9 ...

*Нечетные числа не делятся
на 2 равные части*

Точка. Прямая и кривая линии

58

точка A прямая l кривая b

Прямая. Луч. Отрезок

59

прямая
 AB или BA луч CD отрезок
 EF или FE

Виды прямых

60

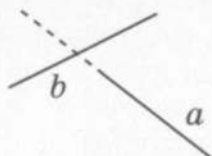
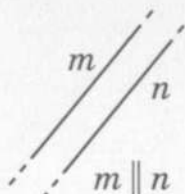
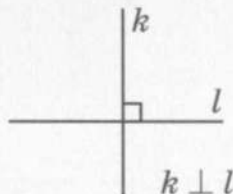
Прямые называют **пересекающимися**, если у них есть одна общая точка (эта точка может быть получена при продолжении прямых).

61

Параллельными прямыми называют прямые, у которых нет общих точек (они не пересекутся, сколько их ни продолжай).

62

Перпендикулярными называют прямые, которые делят плоскость на 4 равных угла (прямых угла).

Прямые a и b
пересекающиесяПрямые m и n
параллельныПрямые k и l
перпендикулярны

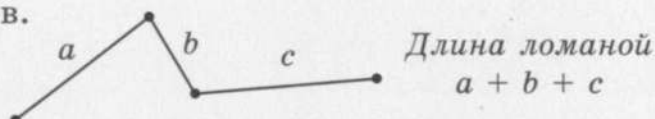
Угол. Виды углов

- 63** Два луча с общим началом разбивают плоскость на две части. **Углом** называют меньшую из этих частей.



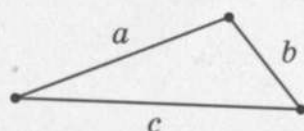
Длина ломаной. Периметр

- 64** Длина ломаной – это сумма длин всех ее звеньев.



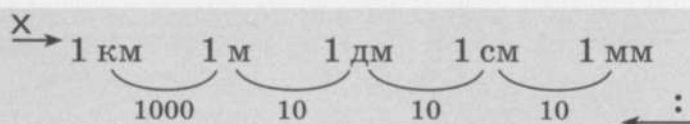
- 65** Периметр многоугольника – это сумма длин всех его сторон.

Периметр
 $a + b + c$



Единицы длины

66

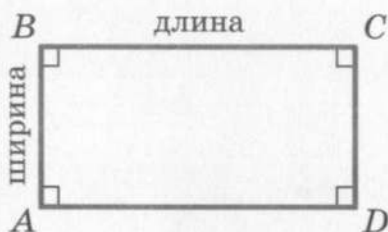


При переходе к более мелким меркам выполняется умножение, а при переходе к более крупным – деление.

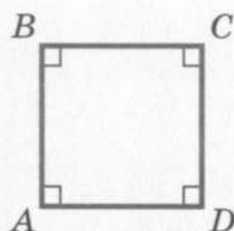
Прямоугольник. Квадрат

67 Прямоугольник – это четырехугольник, у которого все 4 угла прямые.

68 Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.



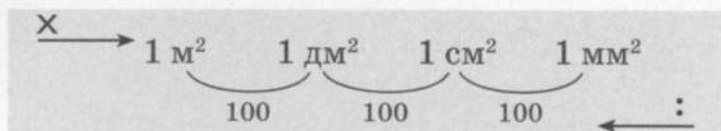
$$\begin{aligned} AB &= CD \\ BC &= AD \end{aligned}$$



$$AB = CD = BC = AD$$

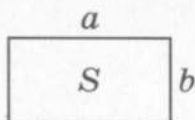
Площадь. Единицы площади

69 Площадь фигуры – это величина, которая показывает, больше или меньше места фигура занимает на плоскости.



Площадь прямоугольника

70 Площадь прямоугольника равна произведению длин его сторон.

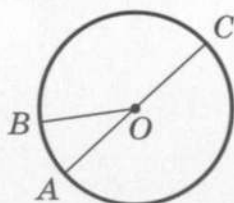


$$S = a \cdot b$$

$$\begin{aligned} a &= S : b \\ b &= S : a \end{aligned}$$

Окружность

- 71 Окружность – это граница круга.

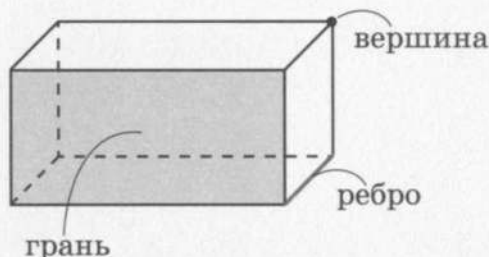


O – центр окружности.
 AO , BO , CO – радиусы.
 AC – диаметр.

Все радиусы одной окружности равны.

Прямоугольный параллелепипед

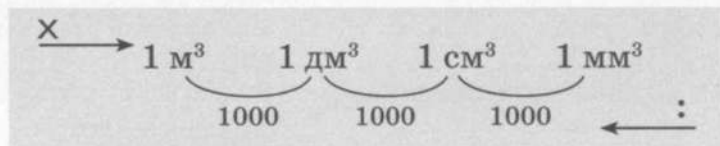
- 72 У прямоугольного параллелепипеда 6 граней, 8 вершин, 12 ребер.



Повторение

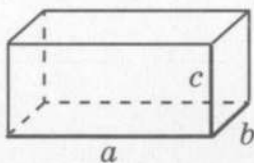
Площадь. Единицы площади

- 73 Объем фигуры – это величина, которая показывает, больше или меньше места фигура занимает в пространстве.



Прямоугольник. Квадрат

- 74 Чтобы найти объем прямоугольного параллелепипеда, можно площадь его основания умножить на высоту



$$V = (a \cdot b) \cdot c$$

объем $\underbrace{(a \cdot b)}_{\text{площадь основания}}$ высота

- 75 Комментирование решения задач:

1. **Внимательно** прочитаю задачу.
2. Известно ... Надо найти ... (Если надо, составлю схему.)
3. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо ..., так как ...
4. Могу ли сразу ответить на вопрос задачи? Почему? (Если нет, то найду ..., так как ...)
5. Итак, в первом действии ..., во втором ...
6. Запишу решение и ответ.

